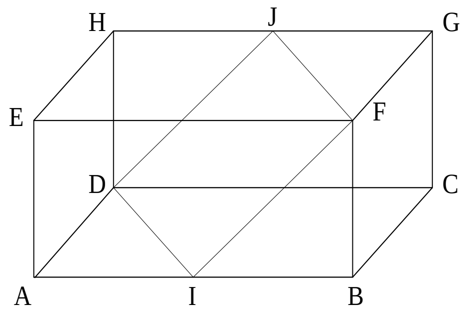
$1^{\text{ère}}$ ES

Devoir Surveillé

Exercice 1 $\boxed{4}$

Soit $ABCDEFGH$ un parallélépipède rectangle,
I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[HG]$.

Montrer que $DIFG$ est un parallélogramme.



Exercice 2 $\boxed{4}$

L'espace est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation $x + 2y + 3z = 0$.
Déterminer l'intersection de $\mathcal{P}$ avec chaque axe de coordonnées.
Représenter alors graphiquement $\mathcal{P}$.

Exercice 3 $\boxed{6}$

Soient $A(2, 3, 0)$, $B(1, -1, 5)$ et $C(-2, 1, 0)$ trois points de l'espace.

1) Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2) Déterminer une équation du plan (ABC). En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) à coefficients entiers.
3) Le point $D(7, 2, 1)$ appartient-il au plan (ABC) ?

Exercice 4 $\boxed{8}$

L'espace est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
Soit $\vec{u}(1, 1, 0)$ un vecteur et $A(1, 2, 3)$ et $B(2, -1, 1)$ deux points de l'espace.

1) Quel est l'ensemble, noté E_1, des points $M(x, y, z)$ de l'espace tel que $\overrightarrow{MA} \cdot \vec{u} = 0$? Quelle est la nature de cet ensemble E_1 ?
2) Quel est l'ensemble, noté E_2, des points $M(x, y, z)$ de l'espace tel que $\overrightarrow{MB} \cdot \vec{u} = 0$? Quelle est la nature de cet ensemble E_2 ?
3) Déterminer l'intersection de E_1 et E_2.
4) Plus généralement, soient $\vec{v}(a, b, c)$ et $\vec{w}(a', b', c')$ deux vecteur de l'espace, où a, b, c, a', b' et c' sont des réels non nuls et $C(x_C, y_C, z_C)$ et $D(x_D, y_D, z_D)$ deux points quelconques.
   Déterminer les ensembles E_C et E_D de points $M(x, y, z)$ de l'espace tels que, respectivement, $\overrightarrow{MC} \cdot \vec{v} = 0$ et $\overrightarrow{MD} \cdot \vec{w} = 0$.
   Que peut-on dire si les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires ? Quelle propriété retrouve-t-on ainsi ?