

Exercice 1 7

Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -5 \\ 11 & -7 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -6 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$.

- 1) Calculer tA .
- 2) Calculer la matrice somme $A + B$.
- 3) Calculer la matrice $M = 2A - 3B$.
- 4) Déterminer la matrice X telle que $X + A = B$.
- 5) Donner, en justifiant, la taille de la matrice produit $C = {}^tAB$.

Exercice 2 8

Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

- 1) Calculer les matrices produits AB et BA .
- 2) Calculer les matrices ${}^t(AB)$, ${}^tA{}^tB$ et ${}^tB{}^tA$. Que remarque-t-on ?
- 3) Plus généralement, soient les matrices $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$, où a, b, c, d, e, f, g et h sont des nombres réels quelconques.
Calculer ${}^t(AB)$ et ${}^tB{}^tA$. Conclure.

Exercice 3 5

Soient les systèmes

$$\mathcal{S}_1 : \begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ -2x + 5y = 13 \end{cases} \text{ et } \mathcal{S}_2 : \begin{cases} 2x + 7y - 5z + 4t = 17 \\ 6x - y + 3z - 9t = -23 \\ -3x + 10y + 11z - 2t = 42 \\ 6x + 2y - 12z + 5t = -6 \end{cases}.$$

Ecrire ces systèmes sous forme matricielle et les résoudre.