

**Exercice 1** Un consommateur désire acheter  $x$  unités d'un produit A au prix unitaire de 2 euros et  $y$  unités d'un produit B au prix unitaire de 1 euro.

On définit une fonctions des variables  $x$  et  $y$  par  $f(x, y) = xy$ .

Cette fonction appelée fonction d'utilité sert en économie pour mesurer la "satisfaction" du consommateur ;  $f(x, y)$  est l'indice de satisfaction du consommateur.

- 1) Donner trois couples  $(x, y)$  donnant un indice de satisfaction de 30.
- 2) Le consommateur désire affecter 20 euros à ses achats.
  - a) Quelle relation lie les réels  $x$  et  $y$ .
  - b) Montrer que, dans ce cas, l'indice de satisfaction est donné par la fonction  $g(x) = -2x^2 + 20x$
  - c) Déterminer alors la quantité  $x$  de produit A que peut acheter le consommateur pour maximiser sa satisfaction.

**Exercice 2**

Soient les matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -5 \\ 11 & -7 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -6 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$  et  $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ .

- 1) Donner les dimensions de la matrice  ${}^tA$ , puis de la matrice produit  ${}^tAB$ .
- 2) Calculer la matrice somme  $A + B$ .
- 3) Calculer la matrice  $M = 2A - 3B$ .
- 4) Déterminer la matrice  $X$  telle que  $X + A = B$ .
- 5) Donner, en justifiant, la taille de la matrice produit  $P = BC$ , puis la calculer.

**Exercice 3**

Soit la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Calculer  $A^2$ ,  $A^3$  et  $A^4$ .

Quelle conjecture peut-on alors faire au sujet de  $A^n$ , pour tout entier  $n$  ?