Généralités sur les fonctions - Exerices $1^{\text{ère}}S$

Exercices

Exercice 1 Soit $f(x)=2x^2-x+3$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Le point $A(10;193)$ appartient-il à $\mathcal{C}_f$?
2. Le point $B(-5;60)$ appartient-il à $\mathcal{C}_f$?
3. Quelle est l'ordonnée du point C de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse 100 ?
4. Quelle est l'abscisse du point D de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée 3 ?

Exercice 2 Soit les fonctions f et g définies par les expressions $f(x)=x^2-x$ et $g(x)=x-1$.
Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

Exercice 3 Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$f(x)=\dfrac{5x^2+3x-2}{4x+5}$ $\quad g(x)=12x^4-\dfrac{3}{2x}$ $\quad h(x)=\sqrt{4x-2}$

$l(x)=\sqrt{(2x-3)(x+2)}$ $\quad k(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x}}$

Exercice 4 On considère les fonctions f et g définies sur $[-2;3]$ par $f(x)=x^2$ et $g(x)=x$.

1. Donner le tableau de variation de f et g, et tracer les courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ représentatives des fonctions f et g.
2. Répondre par vrai ou faux, en corrigeant si l'affirmation est fausse :
   a) Si $x>1$, alors $f(x)>2$
   b) Si $-2\leq x\leq 3$, alors $4\leq f(x)\leq 9$
   c) Si $x>2$, alors $f(x)>g(x)$
   d) Si $0\leq x\leq 1$, alors $f(x)\geq g(x)$
   e) Si $x<0$, alors $g(x)>f(x)$

Exercice 5 On considère les fonctions f et g définies sur $]0;2]$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}$ et $g(x)=2x-1$.

1. Donner le tableau de variation de f et g, et tracer les courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ représentatives des fonctions f et g.
2. Répondre par vrai ou faux, en corrigeant si l'affirmation est fausse :
   a) Si $x>1$, alors $f(x)>1$
   b) Si $x<1$, alors $f(x)<1$
   c) Si $x>1$, alors $f(x)>g(x)$
   d) Si $0<x\leq 1$, alors $f(x)\geq 1$
   e) Si $x<2$, alors $f(x)>0,5$

Exercice 6 Etudier la parité des fonctions suivantes :

a) $f(x)=x^2-3$ $\quad$ b) $f(x)=2x-\dfrac{1}{x}$ $\quad$ c) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-5}$

d) $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$ $\quad$ e) $f(x)=|x|$ $\quad$ f) $f(x)=\sqrt{x}$

Exercice 7

a) Démontrer que, si λ est un réel strictement négatif et f une fonction décroissante sur un intervalle I, alors la fonction $h = \lambda f$ est croissante sur I.

b) Démontrer que si f est une fonction croissante sur un intervalle I, alors $h = \dfrac{1}{f}$ est décroissante sur I.

Exercice 8 Etudier le sens de variation des fonctions définies par les expressions suivantes :

a) $f(x) = \dfrac{1}{2x+1}$ b) $f(x) = -5x^2$ c) $f(x) = \dfrac{1}{|x|}$

d) $f(x) = \sqrt{-3x+2}$ e) $f(x) = \dfrac{1}{x^2} - 10$

Exercice 9 On considère les fonctions f et g définies par

$$f(x) = x + |x| \qquad \text{et,} \qquad g(x) = x - |x|$$

1. Déterminer l'expression de la fonction produit $h = fg$.
2. Tracer sur un même graphique les courbes représentatives des fonctions f et g.

Exercice 10 On considère la fonction

$$f : x \mapsto \frac{2x+5}{x+1}$$

et on appelle $\mathcal{C}$ sa représentation graphique par rapport à un repère orthogonal du plan.

1. Montrer que, pour tout $x \neq -1$, on a :
$$f(x) = 2 + \frac{3}{x+1}\,.$$
2. A l'aide de l'expression précédente, étudier le sens de variation de la fonction f.

Exercice 11 Soit $h_1 : x \mapsto \sqrt{x-1}$ et $h_2 : x \mapsto x^2 + 1$.

1. Donner les ensembles de définition de h_1 et h_2.
2. Pour chacune des fonctions suivantes, donner son expression et son ensemble de définition :
$$h_2 \circ h_1 \;\;;\;\; h_1 \circ h_2 \;\;;\;\; h_1 \circ h_1 \;\;;\;\; h_2 \circ h_2$$

Exercice 12 Les fonctions u, v et w sont respectivement définies sur les intervalles $[-2,4]$, $]0,+\infty[$ et $\mathbb{R}$ par

$$u(x) = x + 3\,, \quad v(x) = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad w(x) = 2 - 7x\,.$$

1. Soit $f = w \circ v \circ u$. Démontrer que f est définie par l'expression $f : x \mapsto 2 - \dfrac{7}{x+3}$.
2. Étudier le sens de variation de f sur $[-2,4]$.
3. Encadrer $f(x)$ au mieux sur $[-2,4]$.

Exercice 13 Étudier le sens de variation de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{-2}{\sqrt{-2x^2+8}} + 123$.