Loi binomiale et fluctuation d'échantillonnage $1^{\text{ère}}S$

1 Utilisation de la loi binomiale avec un tableur

On considère la loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$ de paramètres $n = 4$ et $p = 0,3$.

1. Rappeler la formule : pour une variable aléatoire X suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$,

$$P(X = k) = \ \ldots$$

2. Compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X :

k	0	1	2	3	4
$P(X=k)$					

3. Sur une feuille de calcul d'un tableur, entrer dans la colonne A, les valeurs de k (de 0 à 4).

   Dans la colonne B, faire calculer au tableur les probabilités données par la loi binomiale $\mathcal{B}(4;0,4)$.
   (chercher la loi binomiale dans les fonctions du tableur : `fonctions`$\rightarrow$`statistiques`...).

	A	B
1	k	P(X=k)
2	0	0,130
3	1	0,346
4	2	0,346
5	3	0,154
6	4	0,026
7		
8	Somme	1,000

4. Compléter le tableau suivant à l'aide du tableur :

k	0	1	2	3	4
$P(X \leqslant k)$					
$P(X \geqslant k)$					

2 Simulation d'un intervalle de fluctuation avec un tableur

1. Simuler $n = 50$ tirages aléatoires d'une pièce de monnaie bien équilibrée.
   Calculer le pourcentage p de "Pile" obtenu.
2. En relançant les calculs de nombreuses fois (touche F9), quelles sont les plus petites et plus grandes valeurs que l'on puisse obtenir pour ce pourcentage.

   Ecrire ces résultats sous forme d'un intervalle : $p \in \Big[\qquad ; \qquad \Big]$.

3 Détermination de l'intervalle de fluctuation à 95 % à l'aide d'un tableur

On effectue $n = 50$ lancers d'une pièce bien équilibrée.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de "Pile" obtenus.

1. Préciser pourquoi la variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(50; 0,5)$ de paramètres $n = 50$ et $p = 0,5$.
2. Sur une feuille de calcul, calculer comme précédemment la loi de probabilité de la loi binomiale $\mathcal{B}(50; 0,5)$ (dans une colonne les valeurs de l'entier k, de 0 à 50, et dans une autre colonne les valeurs des probabilités $P(X = k)$).
3. Déterminer la probabilité de l'événement : $P(X \leqslant 20)$.
   Expliciter ce résultat par une phrase.
4. Déterminer le plus petit nombre entier k tel que : $P(X \leqslant k) = 0,99$.
   Expliciter ce résultat par une phrase.
5. Le nombre moyen de "Pile" attendu, ou esperé, est de $m = np = 25$.
   Déterminer le plus petit nombre entier r tel que :
   $$P\Big(25 - r \leqslant X \leqslant 25 + r\Big) \geqslant 0,95$$
   Expliciter ce résultat par une phrase.

4 Influence d'une usine à proximité

Une usine chimique est venue s'implanter près d'une ville il y a 3 ans. Pendant ces 3 ans sont nés dans cette ville 132 enfants dont "seulement" 52 garçons.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de garçons qui sont nés dans un échantillon de 132 enfants.

1. Combien de garçons s'attend-on à avoir dans un échantillon de 132 enfants ?
   L'écart entre ce nombre attendu et le nombre effectif comptabilisé semble-t-il important ? Au point de mettre l'usine chimique en cause ?
2. Préciser pourquoi la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
3. Dresser le tableau, sur le tableur, donnant les probabilités $P(X = k)$, pour $0 \leqslant k \leqslant 132$.
4. Déterminer le plus petit nombre entier r tel que :
   $$P\Big(66 - r \leqslant X \leqslant 66 + r\Big) \geqslant 0,95$$
   Expliciter ce résultat par une phrase.
5. D'après le résultat précédent, l'événement $(X = 52)$ est-il probable ?
   Que peut-on en conclure ?