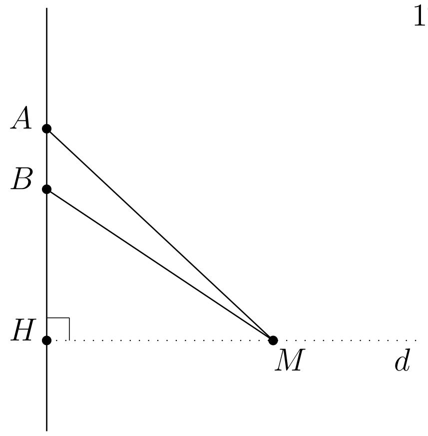
Devoir à la maison

Exercice 1



Le but de cet exercice est de trouver géométriquement la position du point M sur la demi-droite d perpendiculaire à (AB) passant par H, de façon à ce que l'angle $\widehat{AMB}$ soit maximal.

On note Γ le cercle circonscrit au triangle MAB, et Ω son centre.

1) **Théorème de l'angle au centre.**
On considère un cercle de centre O, sur lequel sont situés trois points A, B et M.
On souhaite démontrer le théorème de l'angle au centre :
"dans un cercle, un angle au centre mesure le double d'un angle inscrit interceptant le même arc."
   a) Montrer que $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OM}\right)=\pi-2\left(\overrightarrow{MO};\overrightarrow{MA}\right)$, et que, de même, $\left(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OB}\right)=\pi-2\left(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MO}\right)$.
   b) Exprimer alors l'angle au centre $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)$ en fonction de l'angle inscrit $\left(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}\right)$.
   Conclure.

1) Prouver que Ω est sur Δ médiatrice de $[AB]$, et que $\Omega A \geq a$, où a est la distance entre Δ et d.

2) Démontrer que : $\sin(\widehat{AMB})=\dfrac{AB}{2\,\Omega A}$.
En déduire que $\widehat{AMB}$ est maximal lorsque $\Omega A = a$.

3) Construire sur une figure le point Ω_0 correspondant, puis le point M_0 solution.

4) Calculer une mesure, à $0,1°$ près, de l'angle $\widehat{AM_0B}$, et de la distance M_0H à 10 cm près.

Remarque : Cette situation se présente lors de la transformation d'un essai au rugby. A et B sont les poteaux, et le tireur a tout intérêt à être dans une position avec un angle de tir le plus grand possible.