$1^{\text{ère}}S$

Devoir de mathématiques

Exercice 1 A, B, C et D sont quatre points quelconques du plan. On appelle G le barycentre de $\{(A;-1),(B;4),(C;2),(D;1)\}$.

1) Construire, en justifiant, le barycentre I de $\{(A;-1),(B;4)\}$.
2) Construire, en justifiant, le barycentre J de $\{(C;2),(D;1)\}$.
3) Construire le point G.
4) Déterminer l'ensemble Δ des points M du plan tels que $\|-\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\|$.

Exercice 2 Soit A et B deux points tels que $AB = 6$ cm. On cherche à déterminer l'ensemble $\mathcal{T}$ des points M du plan tels que $MB = 2MA$.

1) Montrer qu'il existe deux points R et S de la droite (AB) vérifiant la relation $MA = 2MB$. Exprimer R et S comme barycentre des points A et B.
2) Montrer que pour tout M la relation $MB = 2MA$ équivaut à $\left(\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MA}\right) = 0$.
3) Réduire les sommes $\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MA}$, puis déterminer alors l'ensemble $\mathcal{T}$.

Exercice 3 Soit $ABCD$ un rectangle de centre I.

1) Démontrer que D est le barycentre des points A, B et C affectés de coefficients que l'on précisera.
2) Déterminer l'ensemble E des points M tels que : $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$
3) Déterminer l'ensemble F des points M du plan tels que : $MA^2 - MB^2 + MC^2 = BD^2$

Exercice 4 Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-4}$.

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et en déduire l'existence d'éventuelles asymptotes.
2) Dresser le tableau de variation de f.
3) Déterminer trois réels a, b, et c tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}\setminus 2$, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{2x-4}$.
4) Montrer que la droite Δ d'équation $y = \dfrac{x}{2}+1$ est asymptote à $\mathcal{C}$.
5) Déterminer l'équation de la tangente T_1 à $\mathcal{C}$ en $x = 1$ et de la tangente T_2 à $\mathcal{C}$ en $x = 3$.
6) Construire $\mathcal{C}$ (unité graphique 1cm).
7) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$ selon les valeurs de m, d'abord graphiquement puis algébriquement.