

# Devoir de mathématiques

**Exercice 1** Donner l'expression de la fonction dérivée  $f'$  des fonctions  $f$  suivantes (sans se soucier des ensembles de définition et de dérivabilité) :

a)  $f(x) = 3x^5 - \frac{1}{2}x^4 + 6x - 257$     b)  $f(x) = (3x^2 + 5)\sqrt{x}$     c)  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{7}{2x+1}$     d)  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{3 - x}$

**Exercice 2 Vrai ou faux**

1. La fonction  $f$  définie par  $f(x) = -2x^2 + 6x - 3$  est croissante sur  $[0; 1]$ .
2. Soit  $m$  un nombre réel. La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -3mx^2 + 75x + m$  ne s'annule jamais.
3. La fonction  $f : x \mapsto x\sqrt{x}$ , définie sur  $[0; +\infty[$  n'est pas dérivable en 0.

**Exercice 3** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$  par l'expression  $f(x) = x - 1 + \frac{2}{2x - 3}$ . Déterminer l'expression de la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ , puis le sens de variation de  $f$ .

**Exercice 4** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ . On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative.

1. Déterminer l'expression de la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ .
2. Dresser le tableau de variation de  $f$ .
3. On note  $P$  le polynôme défini par  $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ .
  - a) Vérifier que  $-2$  est une racine de  $P$  et déterminer trois nombres réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que, pour tout réel  $x$ ,  $P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$ .
  - b) Déterminer le signe de  $P(x)$ .
4. On note  $T$  la tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $-2$ .
  - a) Déterminer une équation de  $T$ .
  - b) Le point  $S(-4; -3)$  appartient-il à  $T$ ?
  - c) Déterminer la position relative de  $T$  et  $\mathcal{C}_f$ .
5. Tracer  $T$  et  $\mathcal{C}_f$  dans un repère.

**Exercice 5**  $a$  désigne un nombre réel.

$f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = ax^3 + x^2 + x + 1$ .

1. On suppose  $a = 0$ . Déterminer les variations de  $f$ .
2. On suppose maintenant  $a \neq 0$ .
  - a) Pour tout nombre  $x$ , calculer  $f'(x)$ .
  - b) Pour quelles valeurs de  $a$ , la fonction  $f$  est-elle croissante sur  $\mathbb{R}$ ?