

Devoir de mathématiques

Exercice 1 Le plan est rapporté à un repère orthonormal.

1. On considère les points $A(1; 2)$, $B(3; -2)$ et $C(-5; 6)$.
Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, AB et AC . En déduire une valeur approchée de l'angle \widehat{BAC} .
2. Déterminer une équation du cercle \mathcal{C} de centre $I(-2; 3)$ et de rayon 3.

Exercice 2 Soit f la fonction définie par l'expression $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Calculer la dérivée f' de f .
3. Dresser le tableau de variation de f sur $] -\pi; \pi[$.

Exercice 3 Dans le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(2; -1)$ et $B(1; 3)$, et la droite D d'équation $x + y + 1 = 0$.

1. Déterminer l'équation de la médiatrice T de $[AB]$.
2. Représenter sur une figure les droites D et T .
3. Calculer les coordonnées du point I , intersection des droites D et T .

Exercice 4 A et B sont deux points tels que $AB = 6$ cm. I est le milieu du segment $[AB]$.

1. On note \mathcal{E} l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 7$.
 - a. Démontrer que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - IA^2$.
 - b. En déduire que M appartient à \mathcal{E} si et seulement si : $MI^2 = 16$.
 - c. Déterminer alors l'ensemble \mathcal{E} .
2. On note \mathcal{F} l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -10$. Déterminer l'ensemble \mathcal{F} .

Exercice 5 Le plan est muni d'un repère orthonormé. \mathcal{C} est le cercle d'équation : $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$. T est le point de coordonnées $(3; 4)$.

1. a) Déterminer les coordonnées du centre Ω du cercle \mathcal{C} et son rayon.
b) Tracer le cercle \mathcal{C} et placer le point T sur une figure.
2. On mène, à partir du point T , les deux tangentes au cercle \mathcal{C} et on note A_1 et A_2 les points de contact de ces tangentes avec \mathcal{C} .
 - a) Démontrer que A_1 et A_2 appartiennent au cercle \mathcal{C}' de diamètre $[\Omega T]$.
 - b) Déterminer une équation du cercle \mathcal{C}' .
 - c) Calculer les coordonnées des points A_1 et A_2 .