Devoir de mathématiques

Exercice 1 Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $r = \dfrac{5}{2}$.
Calculer u_{10}.

Exercice 2 Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $w_n = \dfrac{n}{2^n}$.
Déterminer le sens de variation de la suite (w_n).

Exercice 3 Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \dfrac{n+1}{2n+1}$.
Déterminer le sens de variation de la suite (v_n).

Exercice 4 On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 8$ puis par la relation, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 1$.

1. Donner les valeurs exactes de u_1, u_2 et u_3.
2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$.
   a) Donner le sens de variation de f.
   b) Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et de la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$.
   c) Tracer $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ dans un repère orthonormal (unité : 1cm ou 1 carreau).
   d) Placer u_0 sur l'axe des abscisses, et construire sur l'axe des abscisses les premiers termes u_1, u_2, u_3 et u_4 de la suite (u_n).
3. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 2$.
   a) Calculer v_0, v_1 et v_2.
   b) Exprimer v_{n+1} en fonction de u_n, puis de v_n.
   En déduire que (v_n) est une suite géométrique et donner une expression explicite de v_n en fonction de n.
   c) Donner alors l'expression explicite de u_n en fonction de n.