Correction du devoir surveillé

Exercice 1 a) $f(x) = 3x^8 - 2x^5 + \dfrac{3}{2}x^2 + 12$; $f'(x) = 24x^7 - 10x^4 + 3x$

b) $g(x) = \dfrac{1}{6x-5}$; $g'(x) = \dfrac{-6}{(6x-5)^2}$.

Exercice 2

a) $f'(x) = -6x + 12$.

x	0		2		10
$f'(x) = -6x + 12$		+	0	−	
$f(x)$	12	↗	24	↘	-168

b) La tangente à $\mathcal{C}_f$ en $x = 1$ a pour équation $y = f'(1)(x-1) + f(1)$.
Ici, $f'(1) = -6 \times 1 + 12 = -6$, et $f(1) = -3 \times (1)^2 + 12 \times 1 + 12 = 21$.
Ainsi, la tangente a pour équation : $y = -6(x-1) + 21 = -6x + 27$.

Exercice 3 Soit $f(x) = -2x^2 + 10x - 12$.

a) En développant, on a : $(x-2)(-2x+6) = -2x^2 + 6x + 4x - 12 = -2x^2 + 10x - 12 = f(x)$.

b)

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$(x-2)$		−	0	+	|	+	
$(-2x+6)$		+	|	+	0	−	
$f(x) = (x-2)(-2x+6)$		−	0	+	0	−	

Exercice 4 *D'après baccalauréat STG CGRH, La réunion, 23 juin 2008 (5 points)*

$$f(x) = \frac{100x}{x+1} \quad \text{pour } x \text{ variant dans } [0\ ;\ 5].$$

1. $f = \dfrac{u}{v}$, avec $\begin{cases} u(x) = 100x\,, & \text{soit } u'(x) = 100 \\ v(x) = x+1\,, & \text{soit } v'(x) = 1 \end{cases}$

   On a donc, $f'(x) = \dfrac{u'v - uv'}{v^2} = \dfrac{100 \times (x+1) - 100x \times 1}{(x+1)^2} = \dfrac{100x + 100 - 100}{(x+1)^2} = \dfrac{100}{(x+1)^2}$

2. D'après l'expression précédente de la dérivée, on peut dresser le tableau de signe de $f'(x)$ et de variation de f.

x	0		5
100		+	
$(x+1)^2$		+	
$f'(x)$		+	
$f(x)$		↗	

3.

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	50	66	75	80	83

5. La machine produit au moins 70 000 pièces par mois à partir de environ 2,3 mois et jusqu'au cinquième mois.

4.