

Exercice 1 Myriam a noté pendant un mois le nombre de textos qu'elle a envoyés par jour sur son téléphone portable :

Nombre de textos	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de jours	3	2	5	8	5	4	2	1

1) Le nombre moyen de textos que Myriam envoie par jour est :

$$\bar{x} = \frac{3 \times 0 + 2 \times 1 + 5 \times 2 + 8 \times 3 + 5 \times 4 + 4 \times 5 + 2 \times 6 + 1 \times 7}{30} \simeq 3,2$$

2) La variance de cette série est alors :

$$V = \frac{3(0 - \bar{x})^2 + 2(1 - \bar{x})^2 + 5(2 - \bar{x})^2 + 8(3 - \bar{x})^2 + 5(4 - \bar{x})^2 + 4(5 - \bar{x})^2 + 2(6 - \bar{x})^2 + 1(7 - \bar{x})^2}{30} \simeq 3,14$$

L'écart-type de cette série est donc de $\sigma = \sqrt{V} \simeq 1,77$.

3) Myriam envoie en moyenne $3,2 \times 30 = 96$ textos par mois, et seulement exceptionnellement plus $(3,2 + \sigma) \times 30 = (3,2 + 1,77) \times 30 = 149,1$ textos.

Un forfait de 100 textos sera assez souvent insuffisant, tandis qu'un forfait de plus de 150 textos ne sera utile qu'exceptionnellement. Le forfait de 150 textos semble bien adapté.

Exercice 2 Dans une PMI, la puéricultrice a relevé les tailles, exprimées en centimètre, des bébés :

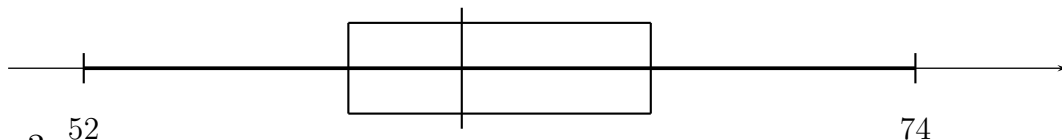
54 ; 52 ; 60 ; 58 ; 66 ; 74 ; 68 ; 59 ; 62 ; 71 ; 67 ; 59 ; 66 ; 70 ; 62 ; 70 ; 58 ; 66 ; 60

1) Compléter le tableau suivant :

Taille	52	54	58	59	60	62	66	67	68	70	71	74
Effectifs	1	1	2	2	2	2	3	1	1	2	1	1
Effectifs cumulés	1	2	4	6	8	10	13	14	15	17	18	19

2) La médiane est la 10^{ème} valeur de la série : $M_e = 62$.

Le premier quartile est la 5^{ème} : $Q_1 = 59$, et le troisième quartile est la 14^{ème} : $Q_3 = 67$.



Exercice 3

1) Le montant des coûts fixes est de : $f(0) = 120$ euros.

2) Pour 10 moteurs, le coût total est de $f(10) = 240$ euros, et est de $f(30) = 600$ euros pour 30 moteurs.

3) La recette réalisée s'exprime, en euros, par $R(x) = 24x$.

4) Le bénéfice réalisé est la différence entre la recette $R(x)$ et les coûts :

$$B(x) = R(x) - f(x) = 24x - \left(\frac{x^2}{5} + 10x + 120 \right) = -\frac{x^2}{5} + 14x - 120.$$

5) En développant, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}(-x + 10)(x - 60) &= \frac{1}{5}(-x^2 + 70x - 600) \\ &= -\frac{x^2}{5} + 14x - 120 = B(x) \end{aligned}$$

x	0	10	60	$+\infty$
$x - 60$	-		-	+
$-x + 10$	+	0	-	-
$B(x)$	-	0	+	-

Le bénéfice est positif, donc la société est rentable, pour un nombre de moteurs produits et vendus compris entre 10 et 60.

6) $B(x) = -\frac{x^2}{5} + 14x - 120$.

$$B'(x) = -\frac{2x}{5} + 14$$

x	0	35	$+\infty$
$B'(x)$	+	0	-
$B(x)$		↗ 125 ↘	

Le bénéfice maximum que peut espérer la société est de 125 euros, pour 35 moteurs produits et vendus.