

Activité. L'an passée, 29 élèves de terminale 1 et 26 élèves de terminale 2 ont eu le baccalauréat. La classe de terminale 1 a-t-elle obtenue de meilleurs résultats ?
 En fait, il y avait 35 élèves en terminale 1, tandis que la terminale 2 en comptait 31.
 Quelle classe a obtenu les meilleurs résultats ?

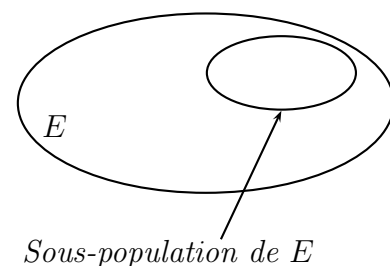
I - Proportions

Définition Les éléments qui constituent une population sont les individus de cette population. L'effectif d'une population est le nombre d'individus qui la compose.

Une sous-population d'une population E est une population dont tous les individus sont aussi des individus de E .

La proportion, ou fréquence, ou pourcentage d'une sous-population A dans une population E est le nombre $\frac{n_A}{n_E}$, où n_A est l'effectif de A et n_E est celui de E .

Une proportion est un nombre réel compris entre 0 et 1.



Exercice 1 (*Proportion de filles dans la classe*)

L'ensemble des filles de la classe est une sous-population de la population des élèves de la classe (qui est elle-même une sous-population des élèves du lycée ...), dont la proportion est : $P_F = \frac{n_F}{N} = \dots$

La proportion des garçons de la classe est $P_G = \frac{n_G}{N} = \dots$

Remarque : $P_F + P_G = 1$.

Exercice 2 (*1 p35*) Dans un groupe de 85 voyageurs débarquant d'un avion en provenance de Rome, 40 personnes sont de nationalité italienne.

Calculer la proportion d'italiens dans ce groupe de voyageur.

Exercice 3 (*2 p35*) Dans une usine, 90 des 143 employés sont en grève.

Calculer le taux de grévistes.

Exercice 4 (*3 p35*) Le 20 juillet 2004, l'Agence France Presse a publié la dépêche suivante :

"L'Assemblée a voté solennellement mardi en première lecture le projet de réforme de l'assurance maladie, par 358 voix contre 195 et 15 abstentions, après 16 jours et 142 heures de débat."

1. Calculer la proportion des députés qui ont voté pour ce projet de réforme.
2. Calculer la proportion des députés qui ont voté contre.

Exercice 5 (*5 p35*) Entendu à la radio en juillet 2004 : "16 % des Français ne partent pas en vacances, ce qui représente dix millions de personnes"

D'après cette information, quel est l'effectif de la population française ? Est-ce réaliste ?

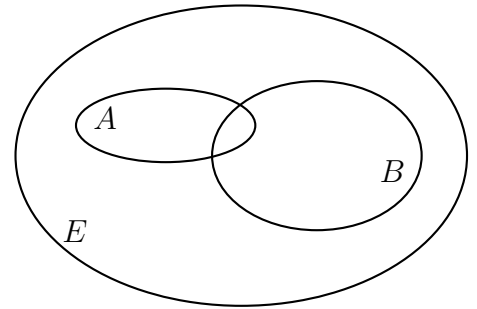
Exercice 6 (*8 p35*) Lors d'une élection, 4 421 personnes ont pris part au vote, soit 61,43 % des électeurs inscrits.

Combien y avait-il d'électeurs ?

II - Réunion, intersection d'ensembles et proportions

Définition On considère deux sous-populations A et B d'une même population E .

- $A \cap B$ (A "inter" B) est la sous-population des individus qui appartiennent à la fois à la sous-population A et à la sous-population B .
- $A \cup B$ est la sous-population des individus qui appartiennent à la sous-population A ou à la sous-population B .



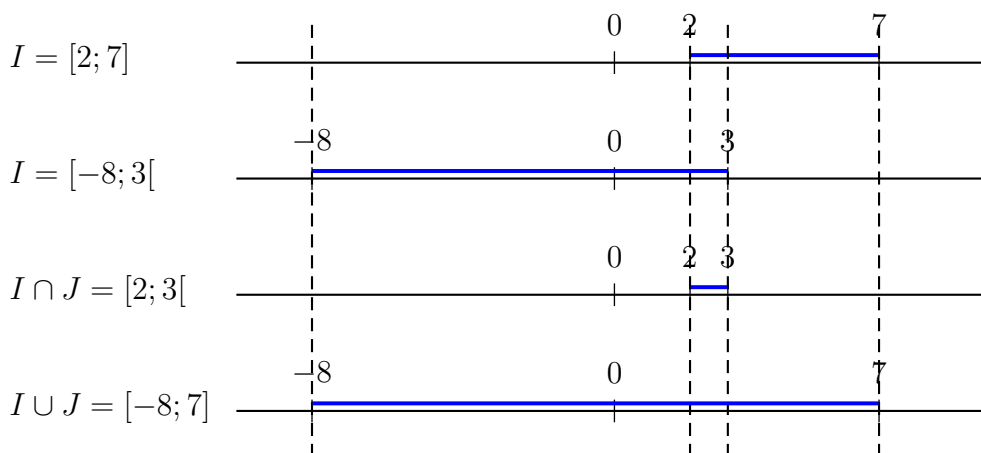
Ex : E est l'ensemble des nombres entiers compris entre 0 et 20.

A est la sous-population des nombres pairs : $A = \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20\}$.

B est la sous-population des multiples de 3 : $B = \{0; 3; 6; 9; 12; 15; 18\}$.

Alors, $A \cap B = \{0; 6; 12; 18\}$ et $A \cup B = \{0; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20\}$.

Ex :



Activité. Une étude menée sur $n_E = 1000$ personnes a donné les résultats suivants.

	ont un ordinateur	n'ont pas d'ordinateur	Total
ont un téléviseur	345	385	730
n'ont pas de téléviseur	75	195	270
Total	420	580	1000

On désigne par :

A la sous-population des personnes qui possèdent un ordinateur et n_A son effectif,

B la sous-population des personnes qui possèdent un téléviseur et n_B son effectif,

1. Déterminer les effectifs, n_A , n_B , $n_{A \cup B}$ et $n_{A \cap B}$. Quelle relation relie ces effectifs ?
2. Calculer les proportions p_A , p_B , $p_{A \cup B}$ et $p_{A \cap B}$. Quelle relation relie ces proportions ?

Propriété On note n_A , n_B , $n_{A \cap B}$ et $n_{A \cup B}$ les effectifs, et p_A , p_B , $p_{A \cap B}$ et $p_{A \cup B}$ les proportions.

On a alors :

$$n_{A \cup B} = n_A + n_B - n_{A \cap B}$$

d'où, $\frac{n_{A \cup B}}{n_E} = \frac{n_A}{n_E} + \frac{n_B}{n_E} - \frac{n_{A \cap B}}{n_E}$,

c'est-à-dire :

$$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$$

Définition Deux sous-populations A et B d'une même population E sont disjointes lorsqu'elles ne possèdent pas d'individu en commun : *

$A \cap B = \emptyset$ et alors $n_{A \cap B} = 0$, soit aussi $p_{A \cap B} = 0$, et donc, $p_{A \cup B} = p_A + p_B$.

Exercice 7 (17 p36) Au cours de l'assemblée générale du foyer soci-éducatif d'un lycée, les membres ont voté à bulletins secrets le rapport moral et le rapport financier présentés par le bureau.

Le dépouillement a permis d'établir que :

- 64,8 % des membres ont voté en faveur du rapport moral ;
- 79,3 % ont voté en faveur du rapport financier ;
- 62,8 % ont voté en faveur des deux rapports.

Calculer la proportion des membres ayant voté en faveur du rapport moral ou en faveur du rapport financier.

Exercice 8 (22 p36) Dans un congrès international, 87 % des participants comprennent l'anglais ou le français. En particulier, 82 % des participants comprennent l'anglais et 72 % des participants comprennent le français.

Calculer la proportion des participants qui comprennent l'anglais et le français.

Exercice 9 (23 p36) Un examen est composé d'une épreuve théorique et d'une épreuve pratique. Pour réussir l'examen, il faut réussir chacune des deux épreuves.

Cette année, la proportion de candidats ayant réussi l'épreuve pratique est de 0,9, la proportion de candidats ayant réussi celle théorique est de 0,8, et la proportion de candidats ayant réussi au moins une épreuve est de 0,95.

Calculer la proportion de candidats ayant réussi l'examen.

Exercice 10 (24 p36) La société de transports d'une ville annonce que 60 % des habitants prennent le tramway ou l'autobus au moins une fois par mois ; 52 % prennent le tramway et 57 % prennent l'autobus.

Déterminer la proportion d'habitants de la ville qui prennent le tramway et l'autobus au moins une fois par mois.

III - Proportions de proportions

On considère les populations A , E et F telles que :

- A est une sous-population de E , de proportion $p = \frac{n_A}{n_E}$
- E est une sous-population de F , de proportion $p' = \frac{n'_E}{n_F}$

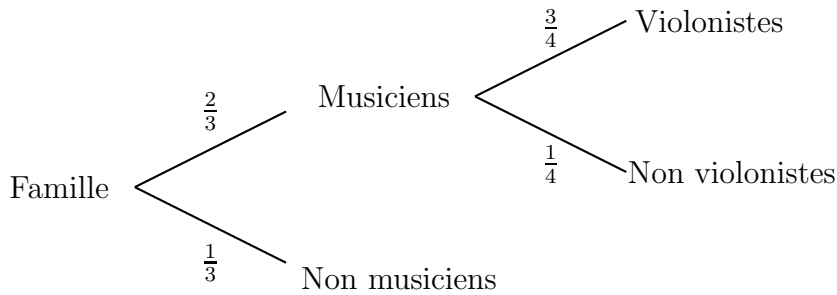
La proportion de A dans F est : $P = \frac{n_A}{n_F}$. Or, $pp' = \frac{n_A}{n_E} \frac{n'_E}{n_F} = P$.

Propriété Si p est la proportion de A dans E , et p' la proportion de E dans F , alors la proportion de A dans F est $P = pp'$.

Exercice 11 Dans une famille, $\frac{2}{3}$ des membres sont musiciens. Parmi ceux-ci, les $\frac{3}{4}$ jouent du violon.

Quelle est la proportion des membres de la famille jouant du violon ?

On peut représenter la situation par un arbre de choix (ou de répartition) :



La proportion des membres de la famille qui jouent du violon est :

$$P = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

Exercice 12 (28 p37) Une enquête auprès d'élèves fumeurs montre que 90 % d'entre eux ont déjà essayé d'arrêter de fumer et que parmi ces derniers, 60 % ont réussi à s'arrêter plus d'un mois.

Calculer la proportion d'élèves ayant réussi à s'arrêter de fumer plus d'un mois parmi les élèves fumeurs interrogés.

Exercice 13 (30 p37) Dans un lycée, la proportion des élèves de seconde qui sont passées en première est de 0,92. Parmi ces élèves passés en première, la proportion des élèves qui ont choisi d'aller en STG est de 0,35.

Calculer la proportion d'élèves ayant choisi d'aller en STG parmi les élève qui étaient en seconde.

Exercice 14 (32 p38) Le tableau suivant donne la répartition des élèves étudiant l'anglais dans les trois classes de 1^{ère} STG d'un lycée.

Classes	1 ^{ère} STG 1	1 ^{ère} STG 2	1 ^{ère} STG 3
Effectif de la classe	32	28	23
Effectif étudiant l'anglais	24	21	17

- Pour chaque classe, déterminer la proportion d'élèves étudiant l'anglais.
 - Les élèves étudiant l'anglais sont-ils répartis proportionnellement aux effectifs des classes ?
- Un nouvel élève arrive en 1^{ère} STG 3 et étudie l'anglais. La répartition est-elle maintenant proportionnelle aux effectifs.