I - Schéma de Bernoulli

Exercice 1 On lance une pièce bien équilibrée 2 fois successivement.

A l'aide d'un arbre, compléter le tableau :

Evénement	Obtenir 0 "faces"	Obtenir 1 "face"	Obtenir 2 "face"
Probabilité			

On lance cette fois la pièce 3 fois successivement. Compléter le tableau :

Evénement : Obtenir k "face"	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
Probabilité				

Exercice 2 Un archer touche sa cible avec une probabilité $p = 0,7$. Il tire deux flèches successivement. On suppose qu'il tire chaque flèche indépendamment des autres (le fait de rater ou de réussir un tir n'influe pas sur la probabilité de réussite du tir suivant).

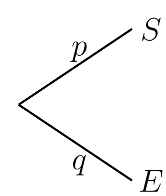
A l'aide d'un arbre pondéré, compléter le tableau :

Evénement : toucher k fois la cible	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$
Probabilité			

Il tire maintenant 3 flèches. Compléter le tableau :

Evénement : toucher k fois la cible	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
Probabilité				

Définition *On appelle épreuve de Bernoulli une expérience aléatoire qui n'a que deux issues : un succès noté S et de probabilité p, et un échec noté E de probabilité $q = 1 - p$.*



Définition *Un schéma de Bernoulli est une expérience aléatoire qui consiste à répéter plusieurs fois et de manière indépendante la même épreuve de Bernoulli.*

Exercice 3 Une société produit des composants électroniques. Une étude a permis de montrer que la probabilité pour qu'un composant à la sortie de l'usine soit défectueux est égale à $0,01$.

On prélève au hasard quatre composants (les composants sont conditionnés par lots de quatre afin d'être vendus). La quantité produite est suffisamment importante pour que l'on considère le prélèvement comme étant avec remise.

2. Calculer la probabilité que l'on ait exactement un composant défectueux dans le lot.
3. Calculer la probabilité que l'on ait au plus un composant défectueux dans le lot.

Exercice 4 Une compagnie d'assurance constate que 60 % des maisons assurées n'ont pas subi de sinistre dans l'année en cours. Pour adapter les contrats, elle décide de prélever trois dossiers au hasard parmi ses clients.

La compagnie est suffisamment importante pour que l'on puisse considérer ces prélévements comme étant avec remise.

1. Justifier que cette expérience correspond à un schéma de Bernoulli.
2. Calculer la probabilité que deux maisons, ou plus, n'aient pas subi de sinistre.

Exercice 5 25 % des personnes sont formées aux gestes qui peuvent sauver d'un accident cardio-vasculaire.

Quatre personnes sont témoins d'un accident cardio-vasculaire.

1. Représenter par un arbre pondéré la situation.
2. Quelle est la probabilité que parmi les quatre témoins, aucun ne soit formé aux gestes qui sauvent ?
3. Quelle est la probabilité que parmi les quatre témoins, au moins un soit formé aux gestes qui sauvent ?

II - Variable aléatoire - Loi de probabilité

Définition *On appelle variable aléatoire toute fonction X de l'univers Ω des possibilités dans $\mathbb{R}$.*

Exercice 6 Je avec un ami joue au jeu suivant : je lance un dé non pipé deux fois successivement.
- Si les deux même chiffres sortent, je gagne (et mon ami perd...) 10 euros.
- Si le deuxième chiffre obtenu est supérieur au premier, je gagne 5 euros.
- Dans tous les autres cas, je perds 6 euros.

On note X la variable aléatoire égale à mon gain algébrique (gain ou perte) lors d'une partie.

1. Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire X ?
2. A l'aide d'un arbre, compléter le tableau donnant l'ensemble des probabilités :

Valeurs x_k prises par X	-6	5	10
Probabilité $P(X = x_k)$			

3. Quel est mon gain moyen sur une partie ? Ce jeu est-il équitable ?

Définition *Soit une variable aléatoire X pouvant prendre les valeurs x_1, x_2, ..., x_n.*
La loi de probabilité de X est l'ensemble des probabilités $P(X = x_i)$ de chaque valeur x_i.
On consigne en général ces résultats dans un tableau :

Valeurs x_k prises par X	x_1	x_2	...	x_n
Probabilité $p_k = P(X = x_k)$	p_1	p_2	...	p_n

Exercice 7 $5\,\%$ des composants électroniques produits par une usine ont des caractéristiques hors de la tolérance imposée, et sont donc considérés comme défectueux.

On prélève au hasard, et avec remise, trois composants à la sortie de l'usine.

On note X la variable aléatoire qui à tout prélèvement de trosi composants associe le nombre de composants défectueux.

1. Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire X ?
2. Décrire en français l'événement $X = 2$.
3. Calculer la probabilité $P(X = 2)$.
4. Dresser le tableau donnant la loi de probabilité de X.
5. Quel nombre de composants défectueux peut-on s'attendre à avoir, en moyenne, sur un prélèvement aléatoire de 3 composants ?

III - Loi binomiale

Définition *On considère un schéma de Bernoulli, et on note X la variable aléatoire égale au nombre de succès obtenus sur les n répétitions.*
Alors X suit la loi binomiale de paramètres n, le nombre d'épreuves répétées, et p, la probabilité d'un succès lors d'une épreuve.
On note cette loi $\mathcal{B}(n; p)$.

La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$ si :

— on répète n fois, de manière identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli, dont le succès S a pour probabilité p.

— X compte le nombre de succès sur les n répétitions.