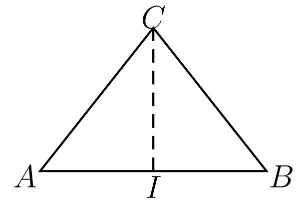
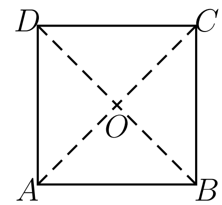
Exercice 1
ABC est un triangle équilatéral de côté 4 cm. I est le milieu de $[BC]$.

Calculer les produits scalaires : a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AI}$ c) $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{BI}$



Exercice 2 $ABCD$ est un carré de côté 2 cm de centre O.
Calculer les produits scalaires :

a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ b) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ c) $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BD}$ d) $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{DC}$

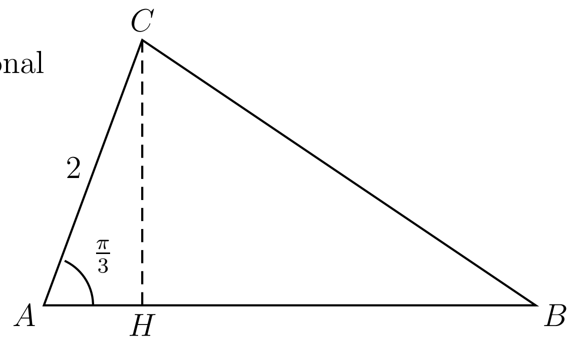


Exercice 3
Dans le triangle ABC ci-contre, H est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB).
On donne de plus $AC = 2$, $AB = 4$, et $\widehat{BAC} = \dfrac{\pi}{3}$.

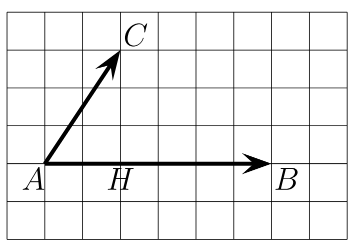
a) Calculer AH.

b) Déterminer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}$.

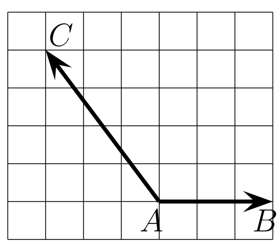
c) Que remarque-t-on ?



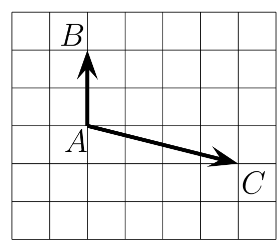
Exercice 4



$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \ \ldots$



$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \ \ldots$

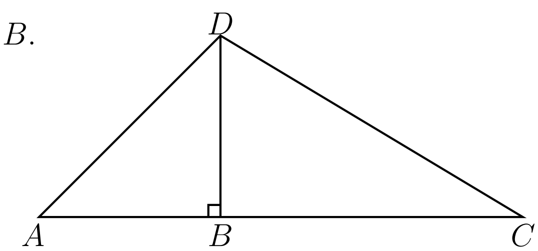


$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \ \ldots$

Exercice 5 ABD est un triangle rectangle isocèle en B.
L'angle $\widehat{BCD}$ mesure 30° et $AB = 3$.

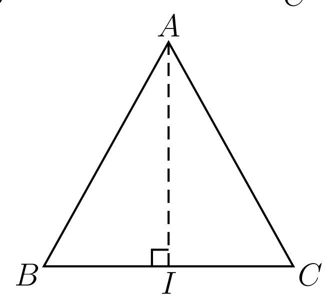
1. Calculer les longueurs AD, CD et BC.
2. Déterminer les produits scalaires suivants :

   a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ b) $\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CB}$ c) $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DC}$



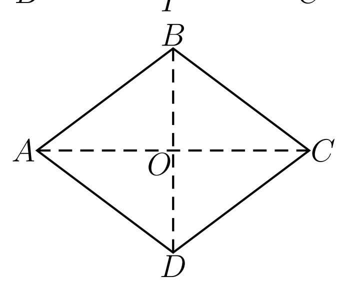
Exercice 6
ABC est un triangle isocèle de sommet A tel que $AB = 2,5$ cm et $BC = 3$ cm. I est le milieu de $[BC]$.

Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$ de deux manières différentes, et en déduire la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$ à 0,1 degré près.



Exercice 7 $ABCD$ est un losange de centre O dont les diagonales mesurent $AC = 4$ cm et $DB = 3$ cm.

Calculer une valeur approchée de l'angle $\widehat{DAC}$ à 0,1 près.



Exercice 8 Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 2$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{\pi}{3}$. Calculer $\|\vec{u}+\vec{v}\|$.

cas suivants, et en déduire une valeur de l'angle $(\vec{u},\vec{v})$ à $0,1$ degré près.

a) $\vec{u}(1;-2)$ et $\vec{v}(6;5)$ b) $\vec{u}(-2;4)$ et $\vec{v}\left(3;\dfrac{1}{2}\right)$ c) $\vec{u}(\sqrt{2};-2)$ et $\vec{v}(\sqrt{2};1)$

Exercice 10 On se place dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

Dans chacun des cas, déterminer la valeur de m pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

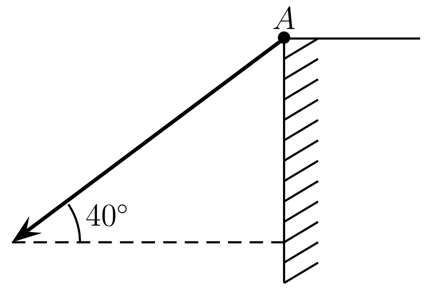
a) $\vec{u}\,(m;5)$ et $\vec{v}\,(1;-4)$ b) $\vec{u}\,(2m;1)$ et $\vec{v}\,(3;2)$ c) $\vec{u}\left(\dfrac{m}{2};2\right)$ et $\vec{v}\,(3;-1)$ d) $\vec{u}\,(m;3)$ et $\vec{v}\,(m;-4)$

Exercice 11 Dans un un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère les points $A(-3;1)$, $B(4;-1)$ et $C(1;15)$.

Les droites (AB) et (AC) sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 12 Une personne tire sur une corde attachée au sommet d'un mur vertical avec une force de 200 N suivant un angle de 40° avec l'horizontale.

Déterminer la décomposition de cette force sur des axes horizontaux et verticaux, et calculer l'intensité de chacune de ces forces.



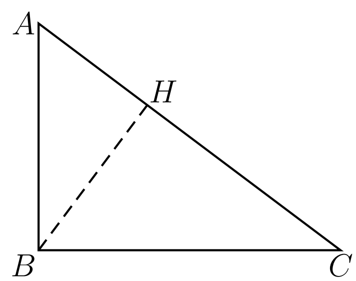
Exercice 13 Le plan est rapporté à un RON $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

On considère les points $A(1;-1)$, $B(3;3)$, $C(-4;4)$, $D(2;1)$, $E(17;12)$ et $F(5;-12)$.

1. Montrer que $(AB)//(CD)$.
2. Montrer que $(AB)\perp(EF)$.

Exercice 14 ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB=3$ cm et $BC=4$ cm.
On appelle H le projeté orthogonal de B sur (AC).

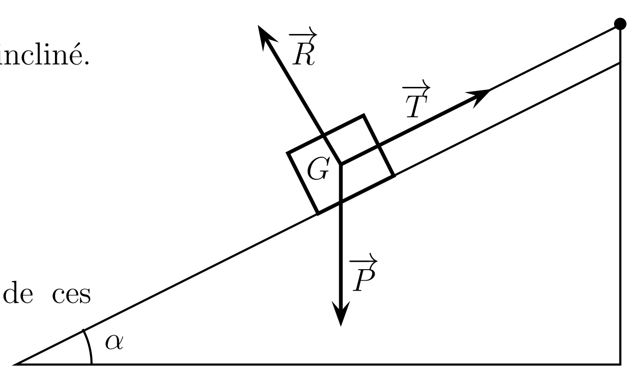
Calculer la longueur AH
(on pourra utiliser le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$).



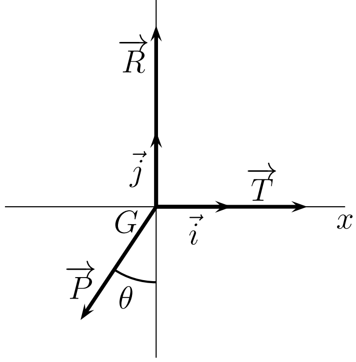
Exercice 15 Dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère les points $A(2;-1)$, $B(3;2)$ et $C(0;-2)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC.
3. Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$.
4. En déduire au degré près les angles du triangle ABC.

Exercice 16 Un solide est en équilibre sur un plan incliné.
Ce solide estsoumis à trois forces :
— son poids $\overrightarrow{P}$
— la réaction du support $\overrightarrow{R}$
— la tension de la corde $\overrightarrow{T}$
On sait de plus que $P=20$ N et $\alpha=30°$.
On cherche à déterminer l'intensité de chacune de ces forces.



On se place pour cela le repère orthonormal $\left(G;\vec{i},\vec{j}\right)$:



2. On pose $\overrightarrow{P} = \overrightarrow{P}_x + \overrightarrow{P}_y$, où $\overrightarrow{P}_x$ et $\overrightarrow{P}_y$ sont les composantes de $\overrightarrow{P}$ suivant les axes (Gx) et (Gy).
   Calculer $\|\overrightarrow{P}_x\|$ et $\|\overrightarrow{P}_y\|$.
3. Décomposer suivant les axes du repère les vecteurs $\overrightarrow{T}$, $\overrightarrow{R}$ et $\overrightarrow{P}$.
4. Le solide est en équilibre, cela signifie que $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} + \overrightarrow{T} = \overrightarrow{0}$.
   Montrer que $\|\overrightarrow{R}\| - \|\overrightarrow{P}\| \cos\theta = 0$ et $\|\overrightarrow{T}\| - \|\overrightarrow{P}\| \sin\theta = 0$
5. En déduire l'intensité des forces $\overrightarrow{R}$ et $\overrightarrow{T}$.

Exercice 17 *(Equation d'une médiatrice)*
Dans un repère orthonormal, on considère les points $A(1;4)$ et $B(5;-4)$.

1. Calculer les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.
2. On considère un point M appartenant à la médiatrice de $[AB]$. Déterminer $\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB}$.
3. On note $M(x;y)$ les coordonnées du point M.
   Montrer que les coordonnées du point M vérifient l'équation $x - 2y - 3 = 0$, appelée équation cartésienne de la droite (IM).
4. Déterminer l'équation réduite de la droite (IM).
5. Placer les points A et B dans un repère et tracer la droite (IM).

Exercice 18 *(Equation d'une hauteur)*
Dans un repère orthonormal, on considère les points $A(4;2)$, $B(-3;4)$ et $C(-1;-2)$.

1. Soit M un point de la hauteur du triangle ABC issue du sommet C. Déterminer $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB}$.
2. On note $M(x;y)$ les coordonnées du point M. Déterminer l'équation vérifiée par les coordonnées x et$y$ du point M.
3. Déterminer l'équation réduite de la droite (CM).
4. Placer les points A, B et C dans un repère et tracer la droite (CM).

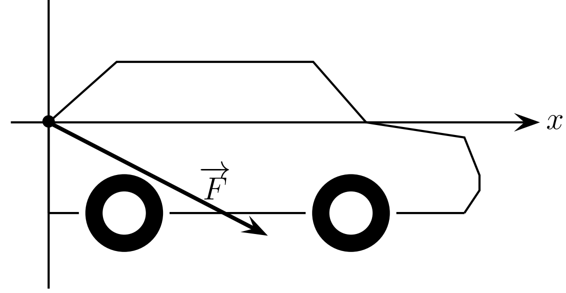
Exercice 19 *(Equation d'un cercle)*
On considère, dans un repère orthonormal, le cercle $\mathcal{C}$ de centre $\Omega(3;4)$ et de rayon 2.

1. Soit $A(1;4)$ et $B(5;4)$. Montrer que le segment $[AB]$ est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$.
2. Soit M un point du cercle $\mathcal{C}$. Déterminer $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$.
3. On note $M(x;y)$ les coordonnées du point M. Déterminer l'équation vérifiée par les coordonnées x et y du point M.

Exercice 20 $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ est un RON direct.
Soit A et B les points du cercle trigonométrique $\mathcal{C}$ associés aux angles $\dfrac{\pi}{4}$ et $\dfrac{\pi}{3}$.

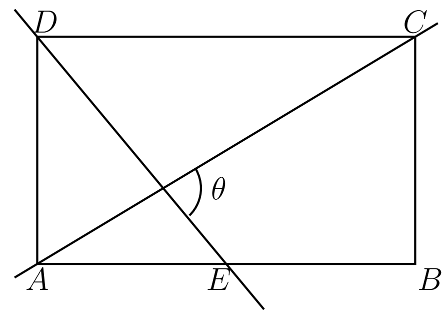
1. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$?
2. Quelles sont les coordonnées de A et B ? En déduire que $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$.
3. a) Justifier que $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \cos\dfrac{\pi}{12}$.
   b) En déduire la valeur exacte de $\cos\dfrac{\pi}{12}$.

Exercice 21 Une personne pousse sa voiture en exerçant une force de 200 N suivant une direction qui fait un angle de 25° avec le niveau horizontal de la route.



1. Décomposer le vecteur $\overrightarrow{F}$ suivant les deux axes orthogonaux $(Ox$ et (Oy).
2. Déterminer la norme de la force qui permet à la voiture d'avancer.

Exercice 22 $ABCD$ est un rectangle tel que $AD = 3$ et $AB = 5$. E est le milieu de $[AB]$.



1. Calculer les longueurs AC et DE.
2. En utilisant la relation de Chasles, exprimer le vecteur $\overrightarrow{AC}$ à l'aide du vecteur $\overrightarrow{AB}$, et le vecteur $\overrightarrow{DE}$ à l'aide du vecteur $\overrightarrow{DA}$.
   Calculer alors le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DE}$.
3. En déduire la valeur de l'angle $\theta = \left(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{AC}\right)$ en degré à $0,01$ près.