

Définition La fonction logarithme décimal, notée \log , est définie sur \mathbb{R}_+^* par $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$.

- Propriété**
- $\log(1) = \dots, \log(10) = \dots \log(100) = \dots \log(0,1) = \dots \log(0,01) = \dots$
 - Pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$, $\log(ab) = \dots$
 - Pour tout réel $a > 0$ et $n \in \mathbb{N}$, $\log(a^n) = \dots$
 - Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\log(10^n) = \dots$
 $n = \log a \iff a = \dots$

Le logarithme décimale est la fonction réciproque de la fonction

Remarque : Le logarithme népérien est parfois notée (dans la littérature anglo-saxonne notamment) \log au lieu de \ln , tandis que le logarithme décimal est noté \log_{10} , ou encore Log .

Exercice 1

1. Etudier les variations de la fonction \log sur \mathbb{R}_+^* . Préciser ses limites.
2. Déterminer les équations des deux tangentes à la courbe \mathcal{C} , représentative de la fonction \log , aux points d'abscisses 1 et 10.
3. Tracer dans un repère ces tangentes et l'allure de \mathcal{C} .

Exercice 2 Résoudre : a) $\log x = -4$ b) $\log(x+4) + \log x = 0$ c) $\log x > \frac{1}{2}$
d) $2(\log x)^2 - \log x + 1 = 0$ e) $(\log x)^2 + \log x - 12 \geq 0$

Exercice 3

1. Sans calculatrice, donner un encadrement par deux entiers consécutifs des nombres :
 $a = \log(1789)$; $b = \log(25665)$; $c = \log(0.00933)$.
2. Soit le nombre $a = 2^{13345}$. Vérifier que $4017 \leq \log(a) < 4018$.
Indiquer alors le nombre de chiffre de la partie entière de l'écriture décimale de a .

Exercice 4 (Echelle de Richter)

La magnitude d'un séisme, sur l'échelle de Richter, est évaluée à partir de l'amplitude A des ondes sismiques enregistrées sur un sismographe par la formule $M = \log(A) - \log(A_0)$, où A_0 désigne l'amplitude d'un séisme de référence.

1. On a mesuré l'amplitude d'un séisme et on a obtenu $A = 3,98 \cdot 10^7 A_0$.
Calculer la magnitude de ce séisme sur l'échelle de Richter.
2. La magnitude d'un séisme est 5. Déterminer le rapport $\frac{A}{A_0}$ de son amplitude à celle de référence.
3. A quelle variation d'amplitude correspond une variation de magnitude de 1 sur cette échelle.

Exercice 5 (pH d'une solution)

La molarité en ions H^+ d'une solution est le nombre, noté $[H^+]$, de moles par litre d'ions H^+ . On utilise plus couramment le pH, qui est défini par $\text{pH} = -\log([H^+])$.

1. Quel est le pH d'un solution contenant $3 \cdot 10^{-7}$ moles d'ions H^+ par litre?
2. Quelle est la molarité en ions H^+ d'une solution neutre (pH= 7)?