

## Epreuve orale de mathématiques

*Il n'est pas important de faire en entier les exercices proposés, mais d'en faire le plus possible et le mieux possible, en particulier en justifiant clairement les réponses.*

Traiter **2 exercices, au choix**, parmi les trois :

**Exercice 1** On considère la suite définie par  $u_0 = 1$ ,  $u_1 = 2$ , et, pour tout entier  $n$ ,

$$u_{n+2} = 1,5u_{n+1} - 0,5u_n$$

- 1) Calculer  $u_2$  et  $u_3$ . La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? géométrique ?
- 2) Soit la suite  $(v_n)$  définie par  $v_n = u_{n+1} - u_n$ .
  - a) Montrer que la suite  $v_n$  est géométrique.
  - b) Exprimer alors  $v_n$  en fonction de  $n$ , puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
En déduire alors  $u_{50}$ .

**Exercice 2** Un sac contient trois jetons, indiscernables au toucher, sur lesquels sont respectivement inscrits les nombres  $-2$ ,  $-1$  et  $3$ .

Le jeu consiste à tirer successivement et avec remise deux jetons dans le sac (c'est-à-dire que le premier jeton tiré est remis dans le sac avant de tirer le second).

On considère la variable aléatoire  $X$  qui à chaque tirage associe la somme des nombres indiqués sur chaque jeton.

*(On pourra effectuer un arbre ou un tableau de probabilité pour répondre aux questions).*

- 1) Combien de tirages différents peuvent-être effectués ?
- 2) Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire  $X$  ?
- 3) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$ , puis son espérance.

**Exercice 3**

1. Calculer l'intégrale :

$$I = \int_1^2 \frac{1}{t^2} e^{-\frac{1}{t}} dt$$

2. A l'aide d'une intégration par parties, calculer alors l'intégrale :

$$J = \int_1^2 \frac{1}{t^3} e^{-\frac{1}{t}} dt$$