Baccalauréat Blanc

T^{ale} STG

Exercice 1 — 6 points

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Un établissement bancaire propose ce placement : Si vous déposez un capital de 10 000 euros, vous obtenez un capital de 15 000 euros au bout de 10 ans.

1. Quel est le taux global de ce placement pour ces 10 ans ?
2. Sachant que ce placement est à intérêts composés, calculer le taux annuel moyen, en pourcentage, à $0,1\,\%$ près.
3. Finalement, on place le capital de 10 000 euros à $5\,\%$ d'intérêt annuel à intérêts composés. Quel capital obtiendra t-on au bout de 10 ans ?

Partie B

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Un article coûtait 250 euros au 1^er^ janvier 2004.

II a subi une inflation de $4,6\,\%$ en 2004 et $3,8\,\%$ en 2005.

1. Calculer son prix au 1^er^ janvier 2005 et au 1^er^ janvier 2006.
2. Le tableau ci-dessous donne les indices des prix pour la période 2004/2007. On prend la référence 100 au 1^er^ janvier 2004. Les résultats seront arrondis à $0,1$ près.

Date	1/1/2004	1/1/2005	1/1/2006	1/1/2007
Indice	100	104,6		105,9

   (a) Déterminer l'indice des prix au 1^er^ janvier 2006.

   (b) Déterminer le taux d'inflation (hausse des prix), en pourcentage, pour la période du 1/1/2004 au 1/1/2006.

   (c) Qu'en est-il pour la période du 1/1/2006 au 1/1/2007 ? Expliquer.

Exercice 2 — 4 points

Cet exercice est un QCM. Il n'est demandé aucune justification. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0.5 point et l'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.

1) On considère la fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[-5; 7]$. On note g' la dérivée de la fonction g. La fonction g admet le tableau de variation suivant :

x	-5		0		4		7
g'(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	
g	2	↗	14	↘	-12	↗	3

a) La fonction g admet un minimum qui vaut

☐ 2 pour $x = -5$ ☐ -12 pour $x = 4$ ☐ 0 pour $x = 4$ ☐ -12 pour $x = 0$

b) Sur l'intervalle $[-5; 7]$ l'équation $g(x) = 1$ admet :

☐ aucune solution ☐ une unique solution ☐ deux solutions ☐ trois solutions

2) Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = 12 + 3\ln(x)$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f, et $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f.

a) Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0; +\infty[$,

☐ $f'(x) = 12 + \dfrac{3}{x}$ ☐ $f'(x) = \dfrac{15}{x}$ ☐ $f'(x) = \dfrac{3}{x}$ ☐ $f'(x) = \dfrac{12x+3}{x^2}$

b) La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 3 est parallèle à la droite d'équation :

☐ $y = 3x$ ☐ $y = x - 8$ ☐ $y = 5x + 2$ ☐ $y = 12 + 3x$

Exercice 3 — 3,5 points

Une entreprise a acheté une machine en 2000 pour une valeur de 50 000 € et a noté la valeur de cette machine sur le marché de l'occasion jusqu'en 2005. Les résultats sont notés dans le tableau suivant :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Valeur de la machine (en €) y_i	50 000	42 000	36 000	32 000	26 500	22 000

Une représentation du nuage de points $(x_i\ ;\ \ y_i)$ est donnée sur le graphique de l'annexe 2, à rendre avec la copie.

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (*arrondir les coefficients à l'unité*).

   Pour l'étude qui suit, on retient comme ajustement affine la droite Δ d'équation :

   $$y = -5\ 440x + 48\ 400.$$

2. Tracer la droite Δ sur le graphique de l'annexe 2, à rendre avec la copie.
3. En supposant que ce modèle reste valable pour les cinq années à venir, prévoir une estimation de la valeur de cette machine en 2007, puis en 2010.
4. Commenter le dernier résultat.

Exercice 4 — 6,5 points

Monsieur Dupré, PDG d'une société fabriquant du mobilier urbain, s'intéresse au coût unitaire de production, en euros, ainsi qu'au bénéfice réalisé pendant une semaine.
On considère qu'il fabrique par semaine x lots de mobilier urbain où x est un entier compris entre 0 et 100.

Partie A

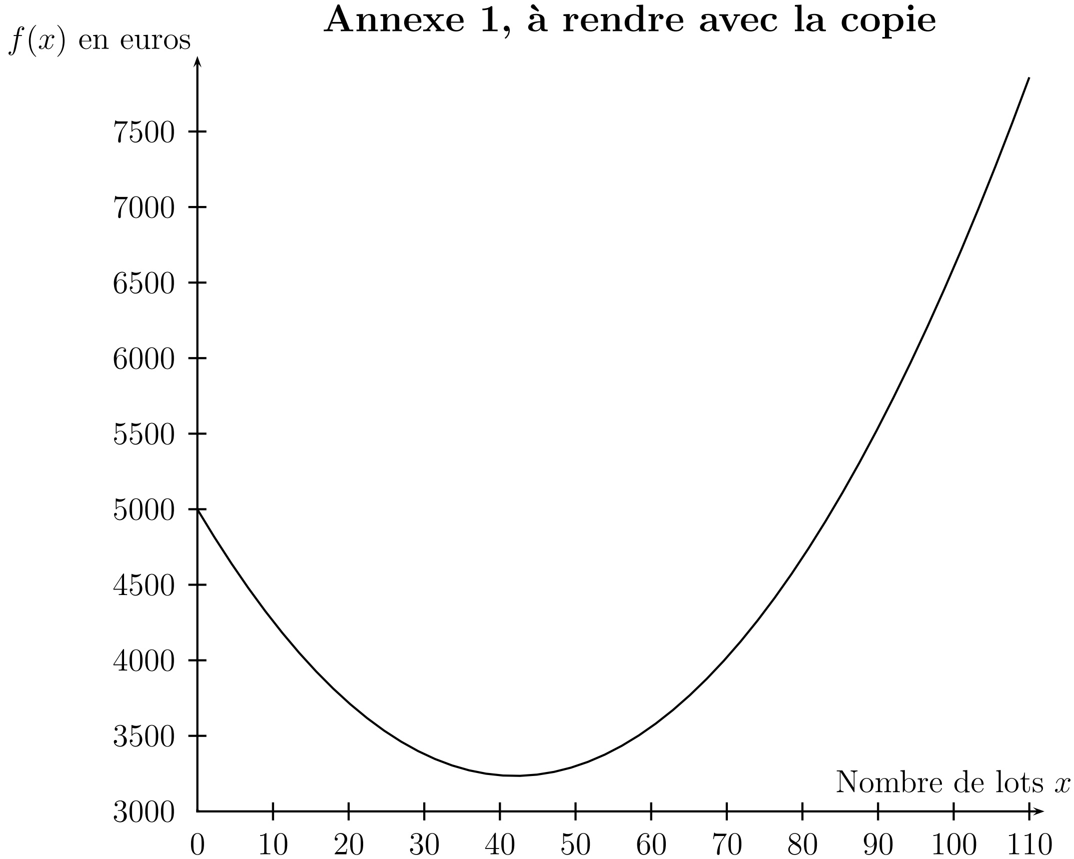
La courbe donnée en annexe 1 représente le coût unitaire de production $f(x)$ en fonction du nombre x de lots fabriqués.
On fera figurer sur le graphique tous les tracés utiles.

1. Déterminer graphiquement le coût unitaire de production lorsque Monsieur Dupré fabrique 70 lots.
   Quelle autre quantité de lots fabriqués donne le même coût unitaire de production ?
2. Déterminer graphiquement la quantité de lots que l'entreprise doit produire pour que le coût unitaire soit minimal et préciser la valeur de ce coût.
3. On admet que $f(x)$ a pour expression $f(x) = x^2 + bx + 5\,000$.
   Déterminer le réel b sachant que le coût unitaire pour 100 lots est de 6 600 euros.

Partie B

1. Montrer que le coût de production $C(x)$ pour x lots produits est
$$C(x) = x^3 - 84x^2 + 5\,000x.$$
2. Chaque lot étant vendu 5 000 euros, justifier que le bénéfice, exprimé en euros, réalisé lorsque l'entreprise produit et vend x lots est donné par la fonction B définie par :
$$B(x) = -x^3 + 84x^2.$$
3. Vérifier que $B(x) = x^2(84 - x)$ et en déduire les valeurs de x pour lesquelles $B(x)$ est strictement négatif.
   Que va en déduire Monsieur Dupré pour sa production ?
4. (a) Déterminer $B'(x)$ où B' désigne la fonction dérivée de la fonction B, puis montrer que $B'(x) = 3x(56 - x)$.
   (b) Étudier le signe de $B'(x)$ pour tout x élément de $[0\,;\,100]$ et dresser le tableau de variations de B sur $[0\,;\,100]$.
   (c) En déduire le nombre x_M de lots que l'entreprise doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice maximal B_M.

Annexe 1, à rendre avec la copie



Nom : ………

Annexe 2, à rendre avec la copie