

Exercice 1**6 points****Partie A**

1. $10\,000 \xrightarrow{\times(1+t)} 15\,000$. Le taux global de ce placement est donc donné par $10\,000 \times (1+t) = 15\,000$, soit $t = \frac{15\,000}{10\,000} - 1 = 0.5$, soit un taux de 50%.

2. $10\,000 \xrightarrow{\times(1+t_M)} \dots \xrightarrow{\times(1+t_M)} \dots \xrightarrow{\times(1+t_M)} \dots \xrightarrow{\times(1+t_M)} 15\,000$.

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\times(1+t_M)^{10}} \uparrow$

Le taux annuel moyen t_M est donc donné par : $10\,000 \times (1+t_M)^{10} = 15\,000$,

soit $(1+t_M)^{10} = \frac{15\,000}{10\,000} = 1,5$, d'où $1+t_M = 1,5^{\frac{1}{10}} \simeq 1,041$, et donc finalement $t_M \simeq 1,041 - 1 \simeq 0,041$, soit un taux annuel moyen d'environ 4,1%.

3. De même que précédemment, avec un taux annuel de 5%, on obtiendra un capital de $10\,000 \times (1+5\%)^{10} \simeq 16\,289\text{€}$

Partie B

Un article coûtait 250 euros au 1^{er} janvier 2004.

Il a subi une inflation de 4,6 % en 2004 et 3,8 % en 2005.

1. $250\text{€} \xrightarrow{\times(1+4,6\%)} 261,5 \xrightarrow{\times(1+3,8\%)} 271,44\text{€}$

L'article coûtait 261,5€ en 2005 et environ 271,44€ en 2006.

2. (a) L'indice des prix en janvier 2006 est de : $I_{2006} = \frac{271,44}{250} \times 100 \simeq 108,6$.

(b) Le taux d'inflation pour la période du 1/1/2004 au 1/1/2006 est donc de 8,6%.

(c) Le taux d'inflation pour la période du 1/1/2004 au 1/1/2007 est de 5,9%.

L'article coûtait donc $250 \times (1+5,9\%) = 264,75\text{€}$ en 2007.

Le taux d'inflation de 2006 à 2007 est donc : $t = \frac{264,75-271,44}{271,44} \simeq -0,0246 \simeq -2,46\%$

Exercice 2**4 points**

1) a) La fonction g admet un minimum qui vaut -12 pour $x = 4$.

b) Sur l'intervalle $[-5; 7]$ l'équation $g(x) = 1$ admet deux solutions.

2) a) Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{3}{x}$.

b) La tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 3 a pour coefficient directeur $f'(3) = \frac{3}{3} = 1$. Elle est donc parallèle à la droite d'équation : $y = x - 8$.

Exercice 3**3,5 points**

1. À l'aide de la calculatrice, on trouve comme équation de la droite d'ajustement de y en x :
 $y = -5\,442x + 48\,357$

2. Voir graphique.

3. Une estimation de la valeur de cette machine est alors donnée par :

- en 2007 : $y_{2007} = -5\,440 \times 7 + 48\,400 = 10\,320 \text{ €}$,
- en 2010 : $y_{2007} = -5\,440 \times 10 + 48\,400 = -6\,000 \text{ €}$.

4. L'estimation obtenue pour l'année 2010 est aberrante : le modèle utilisé n'est plus valable à si long terme.

Exercice 4

6,5 points

Partie A

1. Graphiquement le coût unitaire de production lorsque Monsieur Dupré fabrique 70 lots est de environ 4000 €.

La production de environ 12 lots donne aussi le même coût unitaire.
2. Graphiquement, l'entreprise doit produire environ 42 lots pour que le coût unitaire soit minimal, et soit de environ 3200 €.
3. Le coût unitaire de production pour 100 lots est de 6600 €, soit $f(100) = 100^2 + b \times 100 + 5000 = 6600$.

Ainsi, on trouve $b = -84$.

Partie B

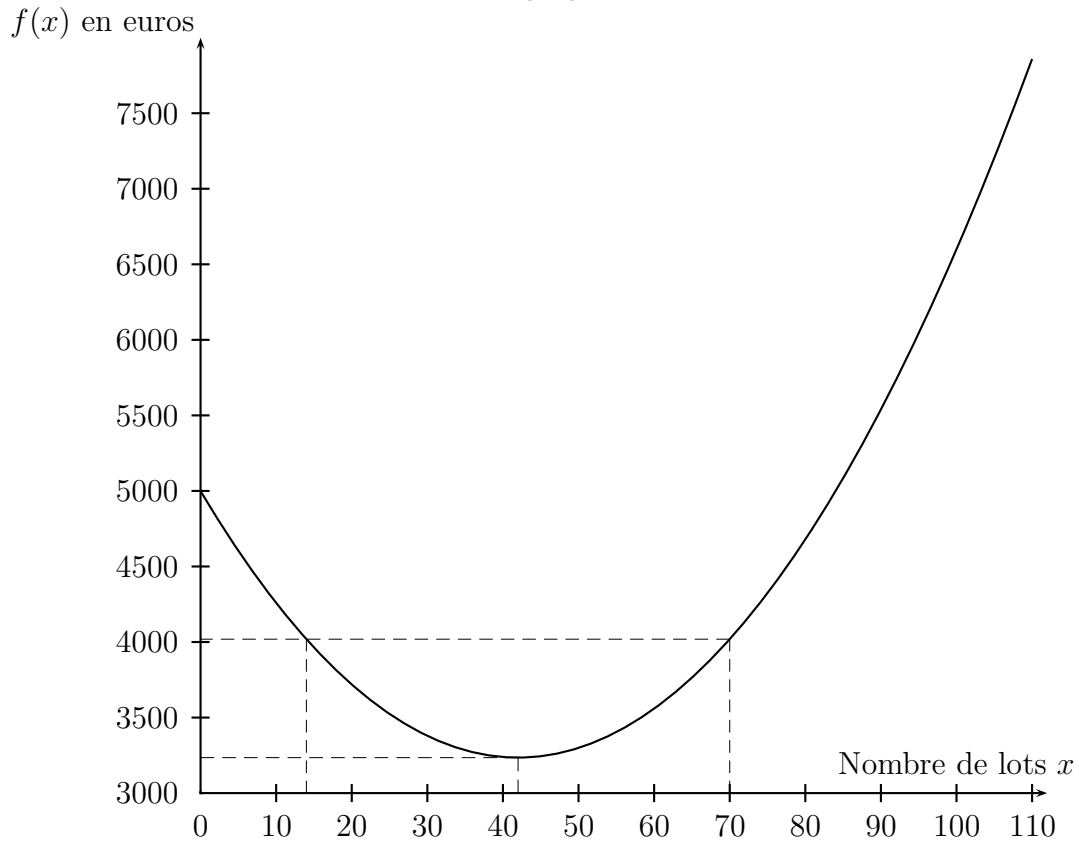
1. Le coût de production pour x lots produits est $C(x) = x \times f(x) = x \times (x^2 - 84x + 5000)$
 En développant, on trouve bien $C(x) = x^3 - 84x^2 + 5000x$.
2. Le bénéfice $B(x)$ réalisé sur la production et la vente de x lots est égal au prix de vente de ces x lots moins leur coût de production $C(x)$, soit :

$$B(x) = 5000 \times x - C(x) = 5000x - (x^3 - 84x^2 + 5000x).$$
 En développant, on trouve alors, $B(x) = -x^3 + 84x^2$.
3. En factorisant $B(x)$ par x^2 , on obtient $B(x) = x^2(-x + 84)$.
 On a donc bien $B(x) = x^2(84 - x)$.
 Comme x^2 est un nombre toujours positif ou nul, le signe de $B(x)$ est le même que celui de $84 - x$.
 Ainsi, $B(x)$ est strictement négatif pour $x > 84$.
 Monsieur Dupré peut en déduire qu'il doit produire et vendre au moins 84 lots pour être rentable.
4. (a) $B'(x) = -3x^2 + 84 \times 2 \times x = -3x^2 + 168x$, et, en factorisant par $3x$, on trouve bien $B'(x) = 3x(-x + 56)$.

x	0	56	100
$3x$	0	+	+
$-x + 56$	+	0	-
(b) $B'(x)$	0	+	-
$B(x)$	84	↗ 87 808	↘ -160 000

- (c) On déduit du tableau de variations de B que l'entreprise doit produire et vendre $x_M = 56$ lots pour réaliser le bénéfice maximal de $B_M = 87\,808 \text{ €}$.

Annexe 1



Annexe 2

