

Epreuve orale de mathématiques

Il n'est pas important de faire en entier les exercices proposés, mais d'en faire le plus possible et le mieux possible, en particulier en justifiant clairement les réponses.

Exercice 1 On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par l'expression

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{\ln x}{x}$$

- 1) Déterminer la limite de f en 0.
- 2) Montrer que la droite (\mathcal{D}) d'équation $y = \frac{1}{2}x + 1$ est asymptote à la courbe représentative de f .
- 3) Déterminer la dérivée f' de f .
- 4) Soit la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1 - \ln x$.
 - a) Calculer la dérivée g' de g , puis dresser le tableau de variation de g .
 - b) En déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$, puis celui de f .

Exercice 2

- 1) Déterminer la forme algébrique et trigonométrique du nombre complexe $z = (1 + i)^2$.
- 2) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2 + 4z + 8 = 0$.
- 3) Soit z le nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument $\frac{\pi}{4}$. Ecrire z sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.
Donner la forme algébrique de z^3 .
- 4) On considère dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -2 + 2i$, $z_B = -2 - 2i$ et $z_C = 2 - 2i$.
 - a) Quelle est la nature du triangle ABC ? Le démontrer.
 - b) Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC .